*К.Ю. Поляков*

# Линейное (и нелинейное) программирование в задачах ЕГЭ по информатике

К.Ю. Поляков. Задачи на анализ логических выражений в ЕГЭ по информатике. // Информатика в школе, № 9, 2019, с. 29–35.

# Постановка задачи

Укажите наименьшее целое значение $A$, при котором выражение

$$(y + 2x < A) \lor (x > 20) \lor (y > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

Укажите наименьшее целое значение $A$, при котором выражение

$$(y + 2x < A) \lor (3y + 2x > 123) \lor (3y - x > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

Укажите наибольшее целое значение $A$, при котором выражение

$$(y - x \neq 5) \lor (A < 2x^3 + y) \lor (A < y^2 + 16)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

# Задача 1.

Укажите наименьшее целое значение А, при котором выражение

$$(y + 2x < A) \lor (x > 20) \lor (y > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

$$\underbrace{(y + 2x < A)}_{\text{истинно}} \lor \overbrace{\underbrace{(x > 20) \lor (y > 30)}_{\text{ложно}}}^{\text{не зависит от } A}$$

$$(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le 30) \land (y > 0)$$

# Задача 1. Аналитическое решение

$$(x > 0) \wedge (x \le 20) \wedge (y \le 30) \wedge (y > 0) \Rightarrow (y + 2x < A_{\min})$$

$A > y + 2x$ для $(x > 0) \wedge (x \le 20) \wedge (y \le 30) \wedge (y > 0)$

$A > \max(y + 2x)$

для $\underbrace{(x > 0) \wedge (x \le 20)}_{\text{только } x} \wedge \underbrace{(y \le 30) \wedge (y > 0)}_{\text{только } y}$

максимум линейной функции при линейных ограничениях

**!** Задача линейного программирования!

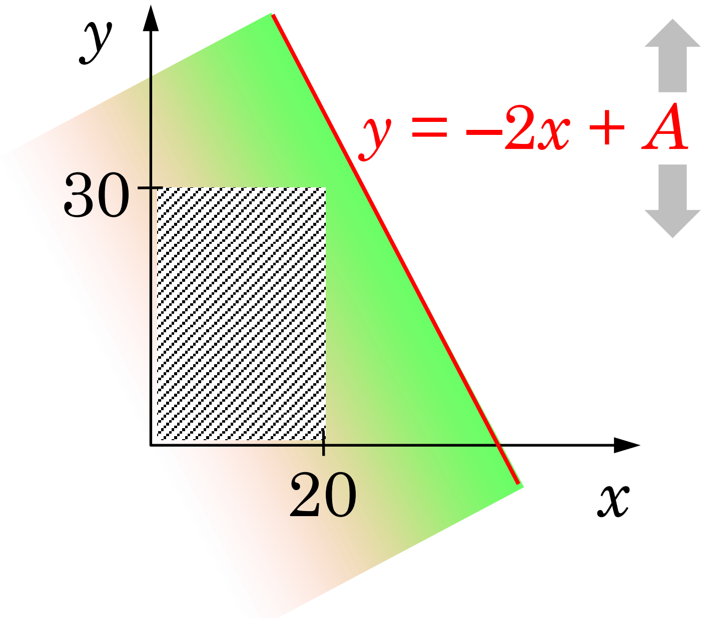
$$A > \max(y + 2x) = \max(y) + 2\cdot\max(x)$$

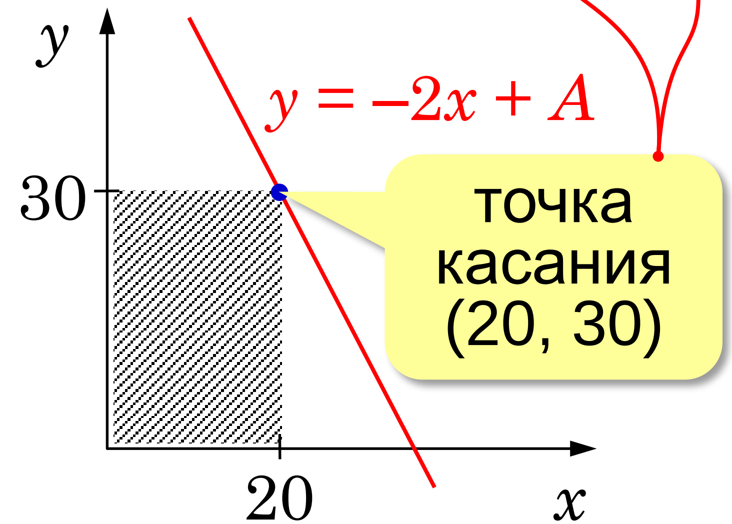
$A > 30 + 2\cdot 20 = 70$ $\boxed{A_{\min} = 71}$

# Задача 1. Графическое решение

$$\underbrace{(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le 30) \land (y > 0)}_{\text{прямоугольник}} \Rightarrow (y + 2x < A)$$

$$(y < -2x + A)$$




$$30 < -2\cdot 20 + A$$

$$70 < A \qquad \boxed{A_{\min} = 71}$$

# Задача 1a.

Укажите **наибольшее** целое значение A, при котором выражение

$$(y + 2x > A) \lor (x > 20) \lor (y > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

$$\underbrace{(y + 2x > A)}_{\text{истинно}} \lor \underbrace{\overbrace{(x > 20) \lor (y > 30)}^{\text{не зависит от } A}}_{\text{ложно}}$$

$$(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le 30) \land (y > 0)$$

# Задача 1а. Аналитическое решение

$(x > 0) \wedge (x \le 20) \wedge (y \le 30) \wedge (y > 0) \Rightarrow (y + 2x > A_{max})$

$A < y + 2x$ для $(x > 0) \wedge (x \le 20) \wedge (y \le 30) \wedge (y > 0)$

$A < \min(y + 2x)$
для $\underbrace{(x > 0) \wedge (x \le 20)}_{\text{только } x} \wedge \underbrace{(y \le 30) \wedge (y > 0)}_{\text{только } y}$

минимум линейной функции при линейных ограничениях

**!** Задача линейного программирования!

$A < \min(y + 2x) = \min(y) + 2 \cdot \min(x)$

$A < 1 + 2 \cdot 1 = 3$

$A_{max} = 2$

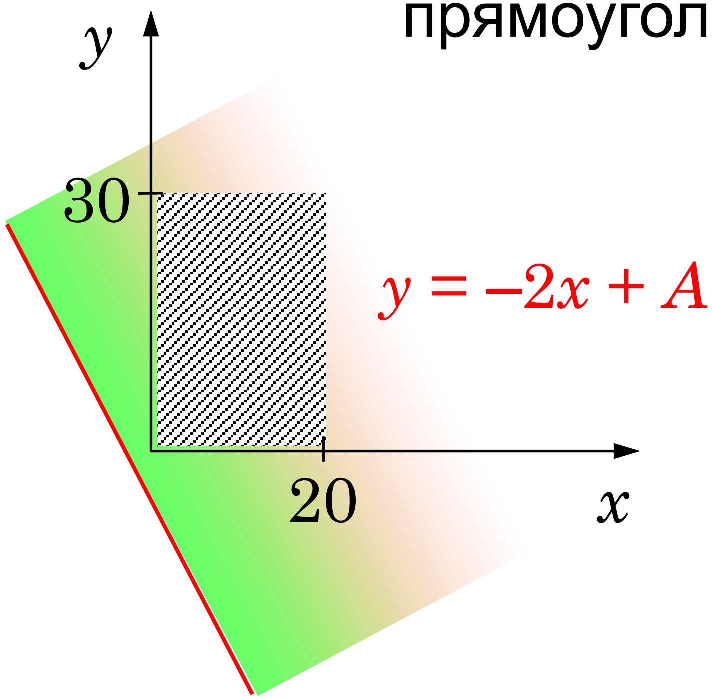
# Задача 1а. Графическое решение

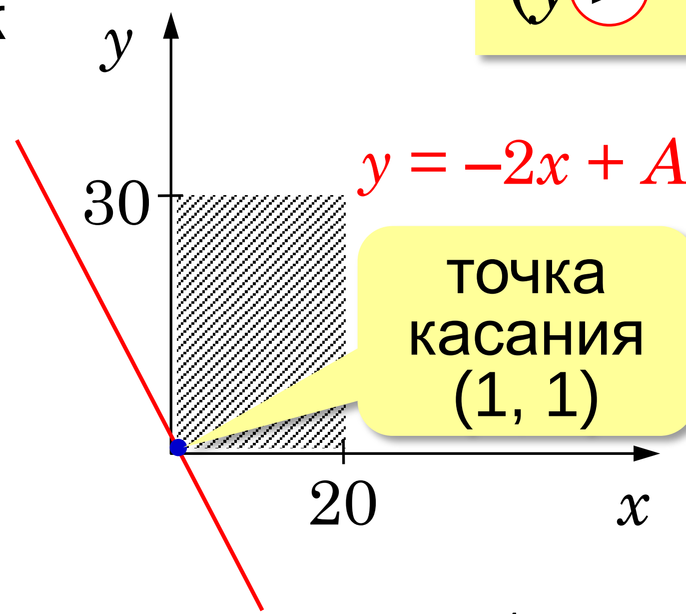
Найти: $A_{\max}$

$$\underbrace{(x > 0) \wedge (x \le 20) \wedge (y \le 30) \wedge (y > 0)}_{\text{прямоугольник}}$$

$(y + 2x > A)$

$(y > -2x + A)$




$1 > -2 \cdot 1 + A$

$3 > A$

$A_{\max} = 2$

# Задача 1б.

Укажите наименьшее целое значение А, при котором выражение

$$(y - 2x < A) \lor (x > 20) \lor (y > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

$$\underbrace{(y - 2x < A)}_{\text{истинно}} \lor \overbrace{\underbrace{(x > 20) \lor (y > 30)}_{\text{ложно}}}^{\text{не зависит от } A}$$

$$(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le 30) \land (y > 0)$$

# Задача 16. Аналитическое решение

$(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le 30) \land (y > 0) \Rightarrow (y - 2x < A_{\max})$

$A > y - 2x$ для $(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le 30) \land (y > 0)$

$A > \max(y - 2x)$
для $\underbrace{(x > 0) \land (x \le 20)}_{\text{только } x} \land \underbrace{(y \le 30) \land (y > 0)}_{\text{только } y}$

максимум линейной функции при линейных ограничениях

**!** Задача линейного программирования!

$A > \max(y - 2x) = \max(y) - 2\cdot\min(x)$

$A > 30 - 2\cdot 1 = 28$

$A_{\min} = 29$

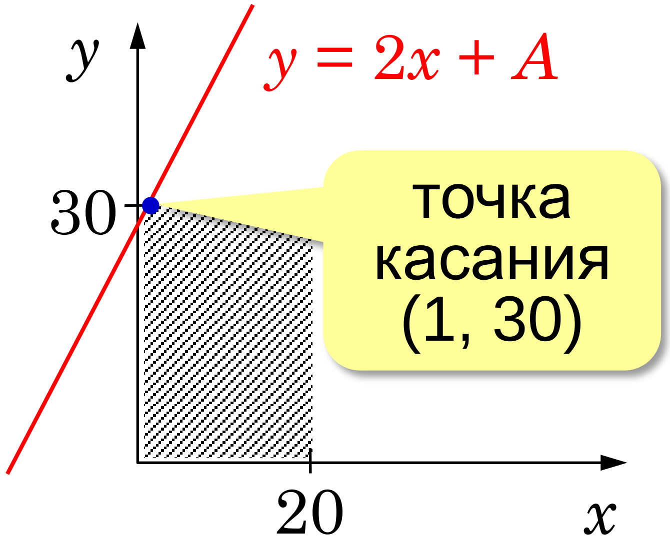
# Задача 16. Графическое решение

Найти: $A_{\min}$

$(y - 2x < A)$ $\quad (y < 2x + A)$ для всех точек в области

$(x \le 20) \land (y \le 30)$

$\land (x > 0) \land (y > 0)$




$30 < 2 \cdot 1 + A$

$28 < A$

$A_{\min} = 29$

# Задача 1в.

Укажите **наибольшее** целое значение А, при котором выражение

$$(y - 2x > A) \lor (x > 20) \lor (y > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

$$\underbrace{(y - 2x > A)}_{\text{истинно}} \lor \overbrace{\underbrace{(x > 20) \lor (y > 30)}_{\text{ложно}}}^{\text{не зависит от } A}$$

истинно ← ложно

$$(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le 30) \land (y > 0)$$

# Задача 1в. Аналитическое решение

$$(x > 0) \wedge (x \le 20) \wedge (y \le 30) \wedge (y > 0) \Rightarrow (y - 2x > A_{\max})$$

$A < y - 2x$ для $(x > 0) \wedge (x \le 20) \wedge (y \le 30) \wedge (y > 0)$

$$A < \min(y - 2x)$$

для $\underbrace{(x > 0) \wedge (x \le 20)}_{\text{только } x} \wedge \underbrace{(y \le 30) \wedge (y > 0)}_{\text{только } y}$

минимум линейной функции при линейных ограничениях

**!** Задача линейного программирования!

$$A < \min(y - 2x) = \min(y) - 2 \cdot \max(x)$$

$A < 1 - 2 \cdot 20 = -39$ $\boxed{A_{\max} = -40}$

# Задача 1в. Графическое решение

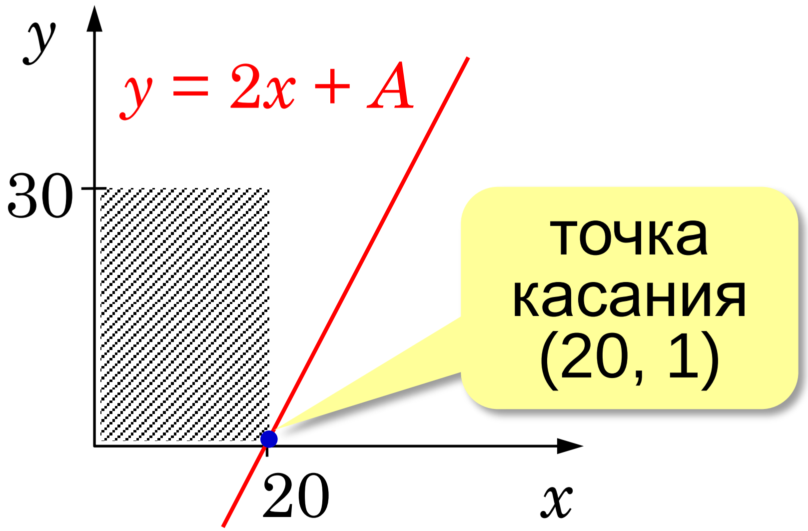
Найти: $A_{max}$

$(y - 2x > A)$

$(y > 2x + A)$ для всех точек в области

$(x \le 20) \wedge (y \le 30)$

$\wedge\ (x > 0) \wedge (y > 0)$




$1 > 2{\cdot}20 + A$

$-\ 39 > A$

$A_{max} = -\ 40$

# Задача 2.

Укажите наименьшее целое значение А, при котором выражение

$$(y + 2x < A) \lor (x > 20) \lor (y > x)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

$$\underbrace{(y + 2x < A)}_{\text{истинно}} \lor \overbrace{\underbrace{(x > 20) \lor (y > x)}_{\text{ложно}}}^{\text{не зависит от } A}$$

$$(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le x) \land (y > 0)$$

# Задача 2. Аналитическое решение

$(x > 0) \wedge (x \le 20) \wedge (y \le x) \quad \wedge (y > 0) \Rightarrow (y + 2x < A_{\max})$

$A > y + 2x$ для $(x > 0) \wedge (x \le 20) \wedge (y \le x) \quad \wedge (y > 0)$

$A > \max(y + 2x)$

для $\underbrace{(x > 0) \wedge (x \le 20)}_{\text{только } x} \wedge \underbrace{(y \le x) \wedge (y > 0)}_{\max(x) \to \max(y)}$

$\max(y) = \max(x)$

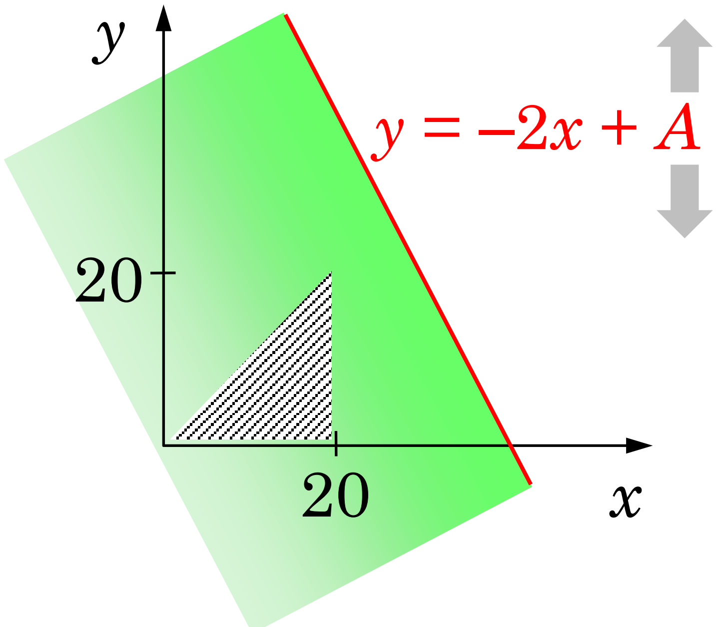
$A > \max(y + 2x) = \max(y) + 2 \cdot \max(x)$

$A > 20 + 2 \cdot 20 = 60$ $\boxed{A_{\min} = 61}$

# Задача 2. Графическое решение

$$\underbrace{(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le x) \land (y > 0)}_{\text{прямоугольник}} \Rightarrow (y + 2x < A)$$

$$(y < -2x + A)$$





$$20 < -2 \cdot 20 + A$$

$$60 < A \qquad \boxed{A_{min} = 61}$$

# Задача 3.

Укажите наименьшее целое значение $A$, при котором выражение

$$(x \geq 19) \lor (x < 6y) \lor (xy < 2A)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

$$\underbrace{(xy < 2A)}_{\text{истинно}} \lor \overbrace{\underbrace{(x \geq 19) \lor (x < 6y)}_{\text{ложно}}}^{\text{не зависит от } A}$$

$$(x > 0) \land (x < 19) \lor (x \geq 6y) \land (y > 0)$$

# Задача 3. Аналитическое решение

$$\underbrace{(x > 0) \wedge (x < 19)}_{x_{\max} = 18} \vee (x \geq 6y) \wedge (y > 0)$$

$$(xy < 2A)$$

$$A > xy/2$$

$$A > \max(xy)/2$$

$y \leq x/6$ ⇒ $y \to \max$ при $x_{\max}$

$$y_{\max} = [\, x_{\max} / 6 \,] = [\, 18 / 6 \,] = 3$$

целая часть!

$$A > x_{\max} \cdot y_{\max} / 2 = 18 \cdot 3/2 = 27$$

$$A_{\min} = 28$$

! Нелинейная функция!

Легко решить, если $x$ и $y \to \max$

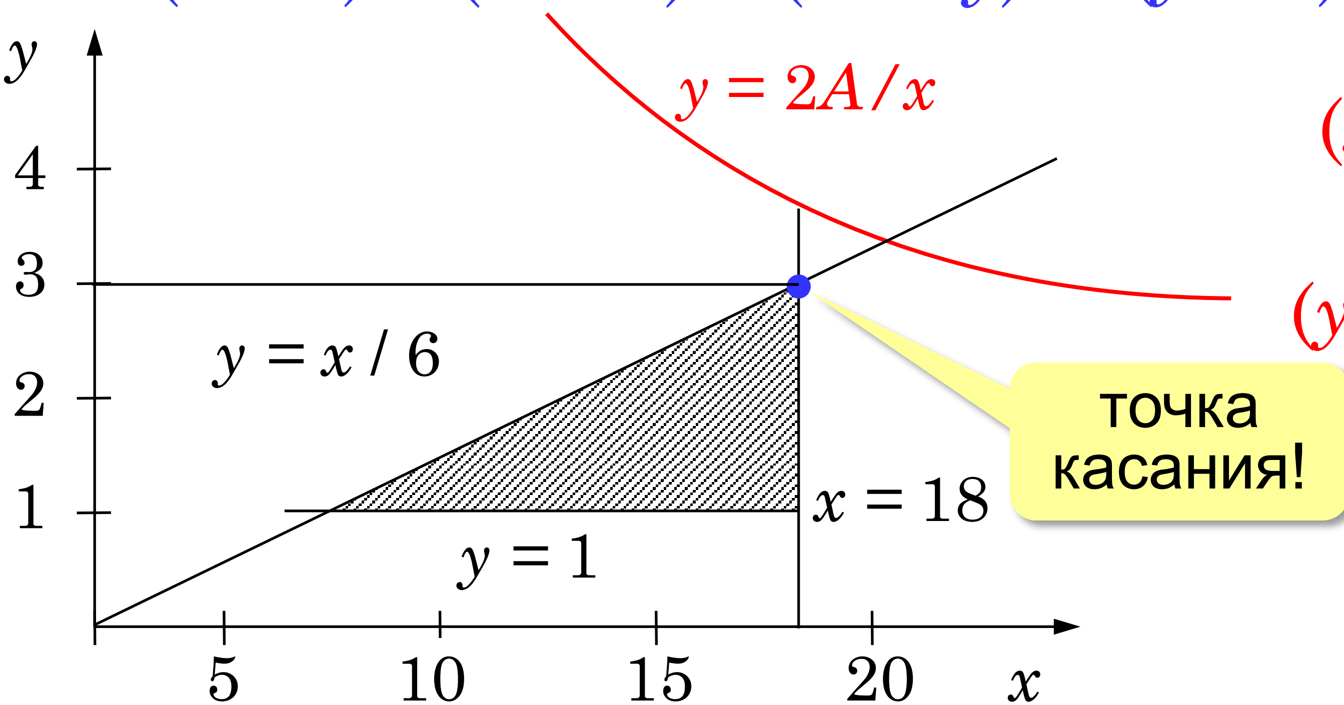
1) независимо или …
2) одновременно

# Задача 3. Графическое решение

$$\underbrace{(x > 0) \land (x < 19) \land (x \geq 6y) \land (y > 0)}_{\text{треугольник}}$$

$(xy < 2A)$

$(y < 2A/x)$




при $x = 18$: $y \leq x/6$ ⇒ $y_{max} = 3$

$2A > \max(xy) = 3 \cdot 18 = 54$ ⇒ $A > 27$ ⇒ $A_{min} = 28$

# Задача 4.

Укажите наименьшее целое значение $A$, при котором выражение

$$(5x + 3y \neq 60) \lor ((A > x) \land (A > y))$$

истинно для любых целых неотрицательных значений $x$ и $y$.

не зависит от $A$

$$\underbrace{((A > x) \land (A > y))}_{\text{истинно}} \lor \underbrace{\overbrace{(5x + 3y \neq 60)}^{\text{не зависит от } A}}_{\text{ложно}}$$

истинно ⇐ ложно

$$(x \geq 0) \land (5x + 3y = 60) \land (y \geq 0)$$

# Задача 4. Аналитическое решение

$$(x \geq 0) \wedge (5x + 3y = 60) \wedge (y \geq 0) \Rightarrow \begin{cases} A > x \\ A > y \end{cases}$$

$$A > \max(x) \text{ при } (x \geq 0) \wedge (5x + 3y = 60) \wedge (y \geq 0)$$

$$A > \max(y) \text{ при } (x \geq 0) \wedge (5x + 3y = 60) \wedge (y \geq 0)$$

$$A > \max(x) \text{ при } (5x = 60) \Rightarrow x_{\max} = 12$$

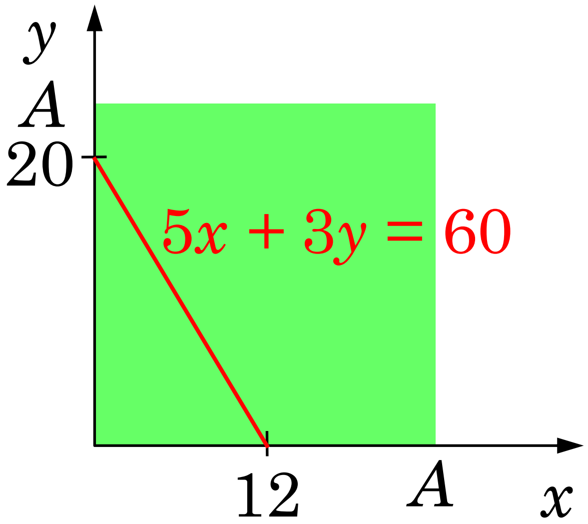
$$A > \max(y) \text{ при } (3y = 60) \Rightarrow y_{\max} = 20$$

$$\begin{cases} A > \max(x) = 12 \\ A > \max(y) = 20 \end{cases}$$

$$\boxed{A_{\min} = 21}$$

# Задача 4. Графическое решение

$$\underbrace{(x \geq 0) \wedge (5x + 3y = 60) \wedge (y \geq 0)}_{\text{отрезок}} \Rightarrow \begin{cases} A > x \\ A > y \end{cases} \text{ квадрат}$$




$$\begin{cases} A > \max(x) = 12 \\ A > \max(y) = 20 \end{cases}$$

$$\boxed{A_{\min} = 21}$$

# Задача 5.

Укажите **наименьшее** целое значение $A$, при котором выражение

$$(y + 3x \neq 19) \lor (A > 2x + 16) \land (A > 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

$$\underbrace{(A > 2x + 16) \land (A > 3y)}_{\text{истинно}} \lor \overbrace{\underbrace{(y + 3x \neq 19)}_{\text{ложно}}}^{\text{не зависит от } A}$$

$$(x > 0) \land (y + 3x = 19) \land (y > 0)$$

# Задача 5. Аналитическое решение

$(x > 0) \wedge (y + 3x = 19) \wedge (y > 0)$

$(A > 2x + 16) \Rightarrow A > \max(2x + 16)$

и $(A > 3y) \Rightarrow A > \max(3y)$

прямая
$y = -3x + 19$

$$A > \max\begin{cases}\max(2x + 16)\\ \max(3y)\end{cases}$$ при $(x > 0) \wedge (y + 3x = 19) \wedge (y > 0)$

возрастающие при $x > 0,\ y > 0$

отрезок

$y_{\max}$ при $x = 1$

$y_{\max} = -3\cdot 1 + 19 = 16$

$x_{\max}$ при $y = 1 \Rightarrow x_{\max} = (19 - 1) / 3 = 6$

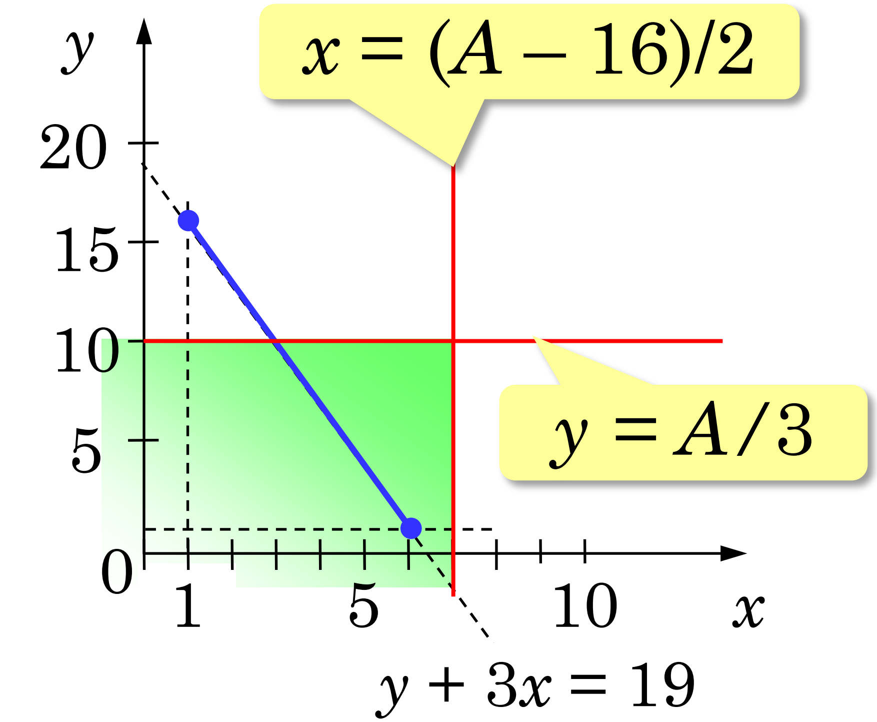
$$A > \max\begin{cases}\max(2\cdot 6 + 16)\\ \max(3\cdot 16)\end{cases} = \max(28, 48)$$

$A_{\min} = 49$

# Задача 5. Графическое решение

$y + 3x = 19 \Rightarrow y = -3x + 19$

$(x > 0) \wedge (y > 0)$




Для всех $x$ на отрезке нужно обеспечить

$(A > 2x + 16)$ и $(A > 3y)$

$(x < (A - 16)/2)$

и $(y < A/3)$

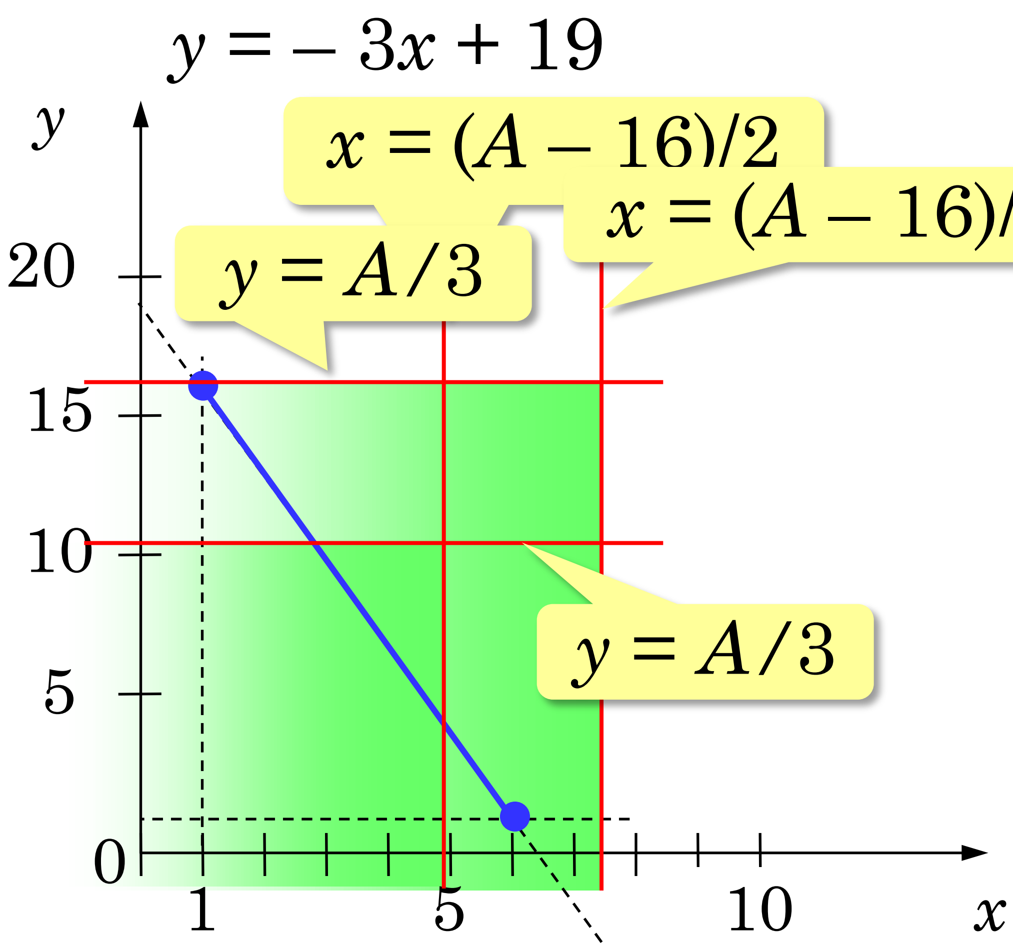
const

const

**!** Нужно перекрыть весь отрезок!

**!** Обязательно выполнить оба условия!

# Задача 5. Графическое решение




Концы отрезка:

$x = 1$

$y = -3\cdot 1 + 19 = 16$

$A > 3y = 48$

$y = 1$

$x = (19 - 1) / 3 = 6$

$A > 2x + 16 = 28$

Одновременно!

$A_{\min} = 49$

# Задача 6.

Укажите наибольшее целое значение $A$, при котором выражение

$$(y + 3x \neq 20) \lor (A < 2x + 16) \lor (A < 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

$$\underbrace{(A < 2x + 16) \lor (A < 3y)}_{\text{истинно}} \lor \overbrace{\underbrace{(y + 3x \neq 20)}_{\text{ложно}}}^{\text{не зависит от } A}$$

$$(x > 0) \land (y + 3x = 20) \land (y > 0)$$

# Задача 6. Аналитическое решение

$(x > 0) \wedge (y + 3x = 20) \wedge (y > 0)$

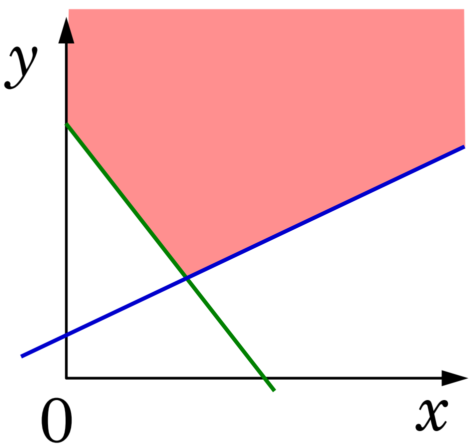
$(A < 2x + 16)$
**или** $(A < 3y)$

$A < \max(2x + 16,\ 3y)$

$y = -3x + 20$

$(y + 3x = 20) \wedge (x > 0) \wedge (y > 0)$

$$A < \min_x \max(2x + 16, -9x + 60)$$




$2x + 16 = -9x + 60$

$11x = 44 \Rightarrow x = 4$

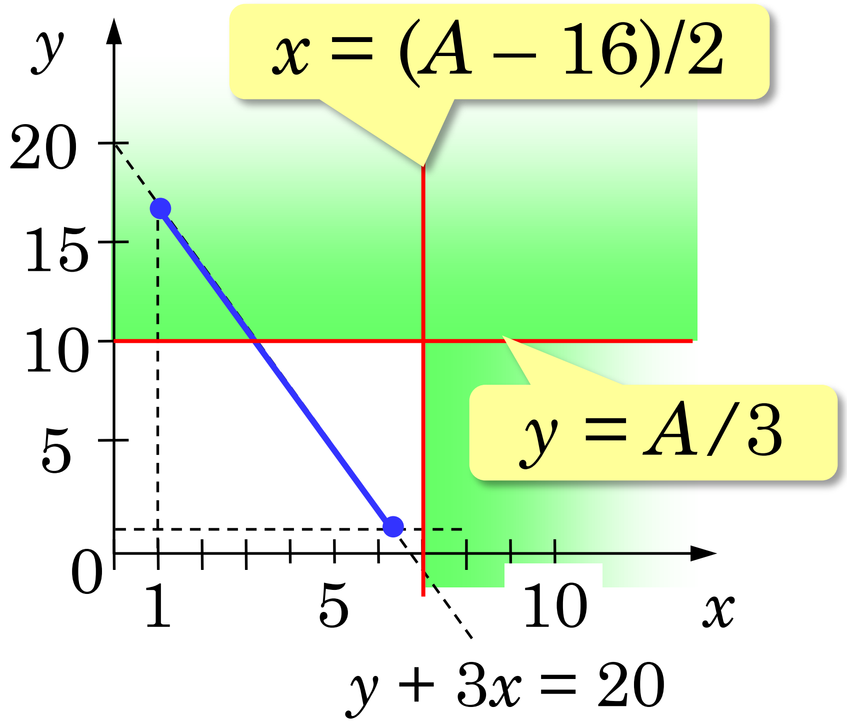
$A < 2 \cdot 4 + 16 = 24$

$A_{max} = 23$

# Задача 6. Графическое решение

$y + 3x = 20 \Rightarrow y = -3x + 20$

$(x > 0) \wedge (y > 0)$




Для всех $x$ на отрезке нужно обеспечить

$(A < 2x + 16)$ **или** $(A < 3y)$

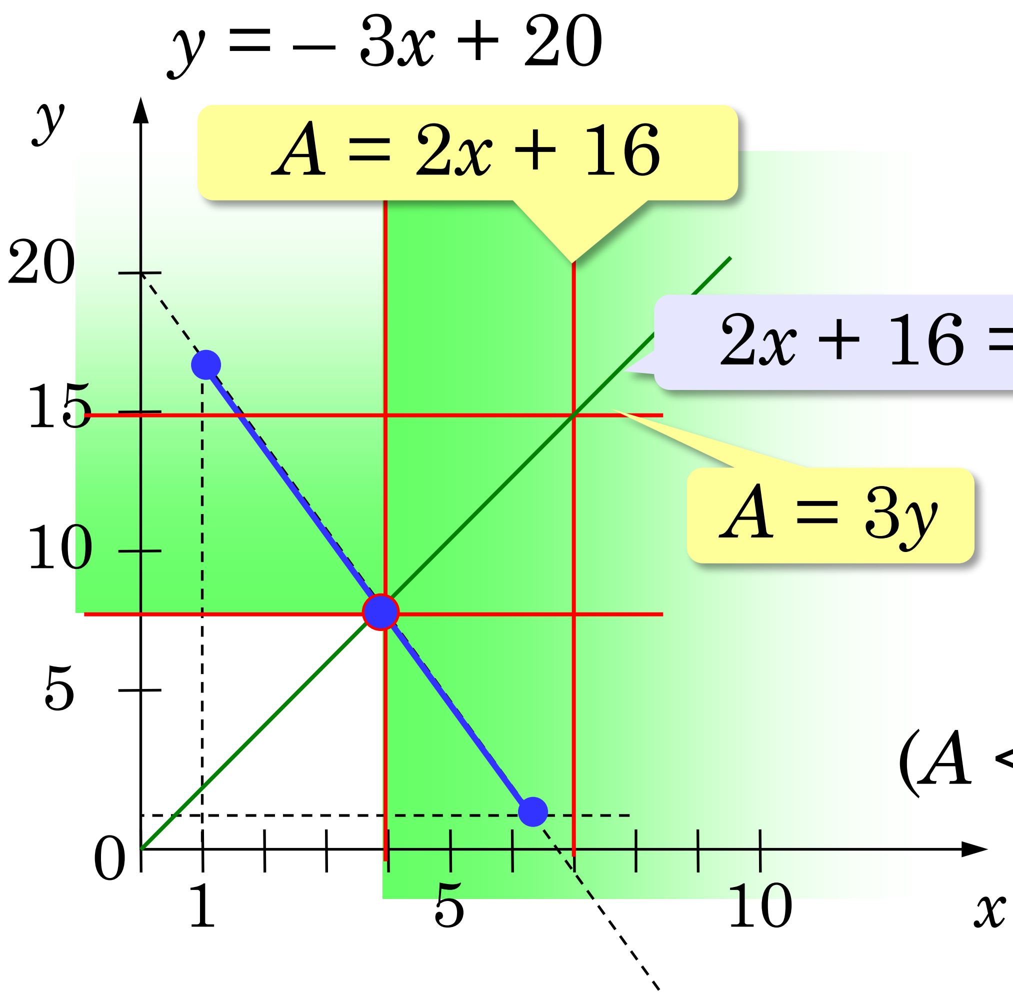
$(x > \underbrace{(A - 16)/2}_{\text{const}})$

**или** $(y > \underbrace{A/3}_{\text{const}})$

**!** Весь отрезок в зелёную зону!

**!** Не обязательно одним условием!

# Задача 6. Графическое решение




Критическая точка:

$$\begin{cases} 2x + 16 = 3y \\ y = -3x + 20 \end{cases}$$

$$3y = -9x + 60$$

$$2x + 16 = -9x + 60$$

$$11x = 44$$

$$x = 4, y = 8$$

$(A < 2x + 16)$ **или** $(A < 3y)$

$$A < 3 \cdot 8 = 24$$

$$A_{max} = 23$$

# Задача 7.

Укажите наибольшее целое значение $A$, при котором выражение

$$(y - 3x \neq 20) \vee (A < 2x + 16) \vee (A < 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

$$\underbrace{(A < 2x + 16) \vee (A < 3y)}_{\text{истинно}} \vee \underbrace{\overbrace{(y - 3x \neq 20)}^{\text{не зависит от } A}}_{\text{ложно}}$$

$$(x > 0) \wedge (y - 3x = 20) \wedge (y > 0)$$

# Задача 7. Аналитическое решение

$$(x > 0) \land (y - 3x = 20) \land (y > 0)$$

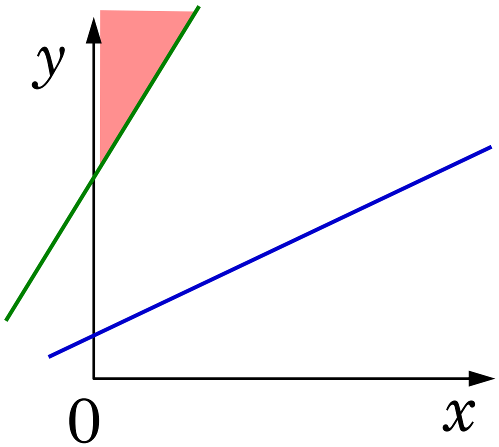
$$y = 3x + 20$$

$(A < 2x + 16)$

**или** $(A < 3y)$ $\Rightarrow$ $A < \max(2x + 16, 3y)$

$$(y - 3x = 20) \land (x > 0) \land (y > 0)$$

$$A < \min_x \max(2x + 16, 9x + 60)$$




$$x > 0 \Rightarrow 2x + 16 < 9x + 60$$

$$A < \min_x (9x + 60)$$

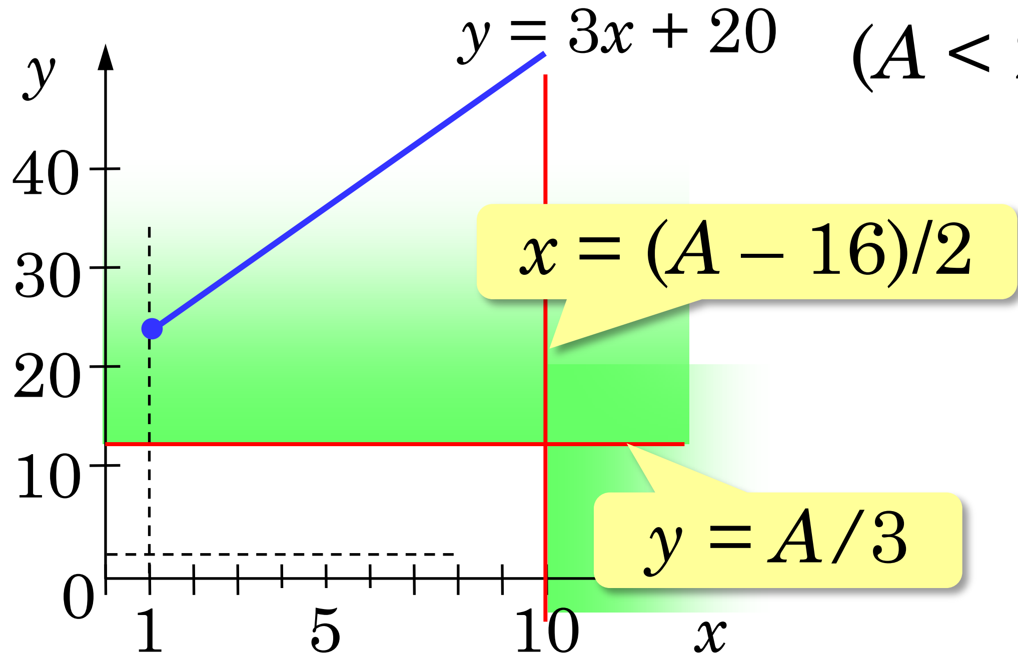
$$x = 1 \Rightarrow A < 9 \cdot 1 + 60 = 69$$

$$A_{max} = 68$$

# Задача 7. Графическое решение

$y - 3x = 20 \Rightarrow y = 3x + 20$

$(x > 0) \wedge (y > 0)$




Для всех $x$ на луче нужно обеспечить

$(A < 2x + 16)$ **или** $(A < 3y)$

$(x > (A - 16)/2)$ **или** $(y > A/3)$

const

критическая точка

$x = 1$

$y = 3 \cdot 1 + 20 = 23$

$A < 2x + 16 = 2 \cdot 1 + 16$

**или** $A < 3y = 3 \cdot 23 = 69$

$A_{max} = 68$

! Весь луч в зелёную зону!

# Задача 8.

Укажите наименьшее целое значение $A$, при котором выражение

$$(y + 2x < A) \lor (3y + 2x > 123) \lor (3y - x > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

$$\underbrace{(y + 2x < A)}_{\text{истинно}} \lor \underbrace{\overbrace{(3y + 2x > 123) \lor (3y - x > 30)}^{\text{не зависит от } A}}_{\text{ложно}}$$

$$(x > 0) \land (3y + 2x \le 123) \land (3y - x \le 30) \land (y > 0)$$

# Задача 8. Аналитическое решение

$(y + 2x < A)$ для

$$(x > 0) \wedge (3y + 2x \leq 123) \wedge (3y - x \leq 30) \wedge (y > 0)$$

$A > \max(y + 2x)$ для

$$(x > 0) \wedge (3y + 2x \leq 123) \wedge (3y - x \leq 30) \wedge (y > 0)$$

$x$ и $y$ связаны!

**!** Задача линейного программирования!

# Задача 8. Графическое решение

НЕ прямоугольник

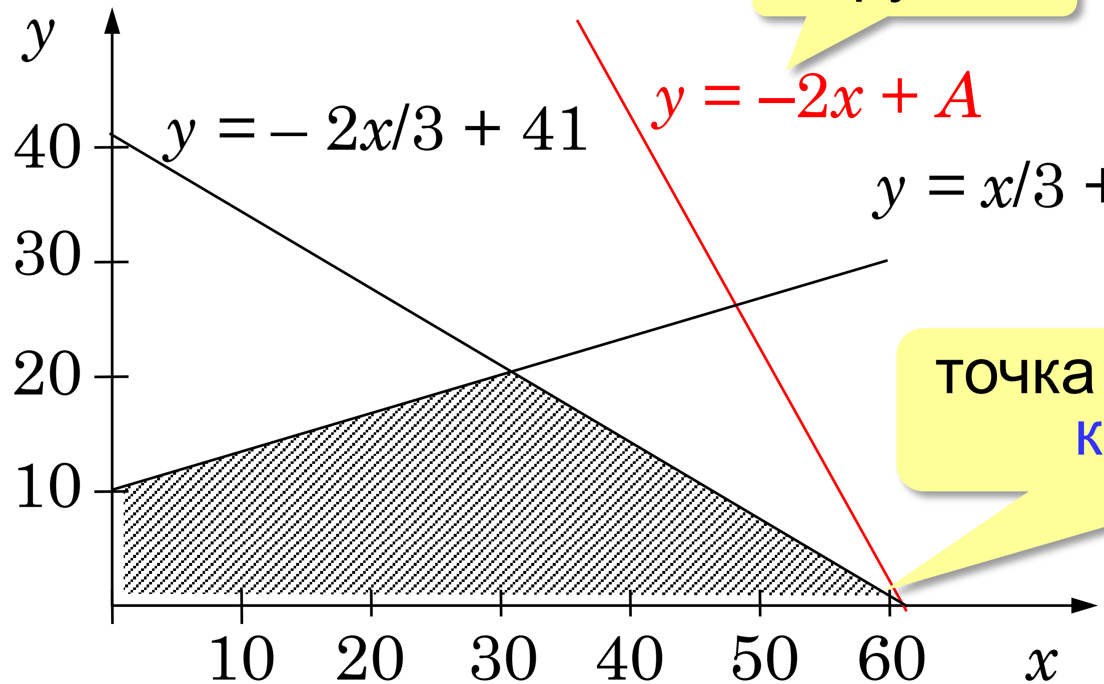
$$\underbrace{(x > 0) \wedge (3y + 2x \le 123) \wedge (3y - x \le 30) \wedge (y > 0)}_{\text{НЕ прямоугольник}}$$

$$(y \le -2x/3 + 41) \wedge (y \le x/3 + 10)$$

$$(y + 2x < A)$$

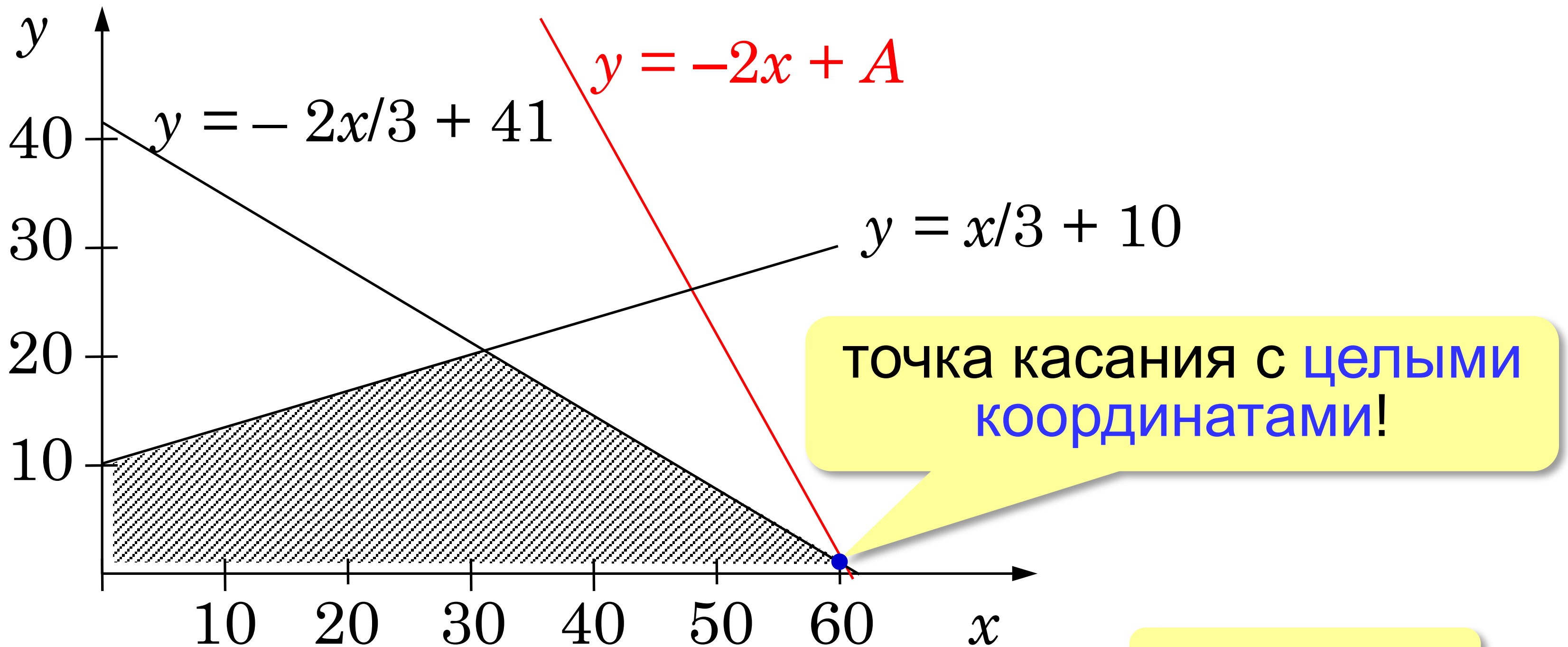
$$(y < -2x + A)$$

круче!




точка касания с целыми координатами!

# Задача 8. Графическое решение




Найти $x_{max}$: $y = 1$, $y = -2x/3 + 41$

$x$ – целое!

$y = 1 = -2x/3 + 41$ ➡ $2x = 120$ ➡ $x_{max} = 60$

$(y < -2x + A)$ ➡ $1 < -2\cdot 60 + A$

$121 < A$ ➡ $A_{max} = 122$

# Задача 9.

Укажите наименьшее целое значение A, при котором выражение

$$\boxed{(5y < (x - 30)^2 + A)} \lor (x > 20) \lor (y > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

$$\underbrace{(5y < (x - 30)^2 + A)}_{\text{истинно}} \lor \overbrace{\underbrace{(x > 20) \lor (y > 30)}_{\text{ложно}}}^{\text{не зависит от } A}$$

$$(x > 0) \land (x \le 20) \land (y \le 30) \land (y > 0)$$

# Задача 9. Аналитическое решение

$(x > 0) \wedge (x \leq 20) \wedge (y \leq 30) \wedge (y > 0)$

$(5y < (x - 30)^2 + A) \Rightarrow A > 5y - (x - 30)^2$

$A > \max(5y - (x - 30)^2)$
для $(x > 0) \wedge (x \leq 20) \wedge (y \leq 30) \wedge (y > 0)$

максимум **НЕ**линейной функции при линейных ограничениях

$$A > \max(5y - (x - 30)^2) = 5 \cdot \max(y) - \min(x - 30)^2$$

$$A > 5 \cdot 30 - (20 - 30)^2 = 50$$

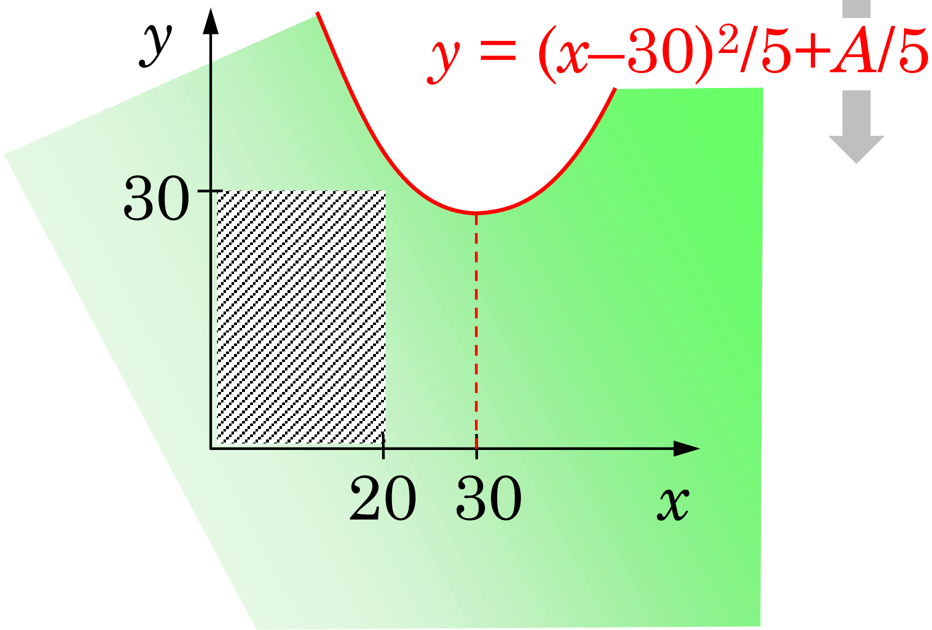
в запретной зоне → $x < 30$, $x = x_{\max}$

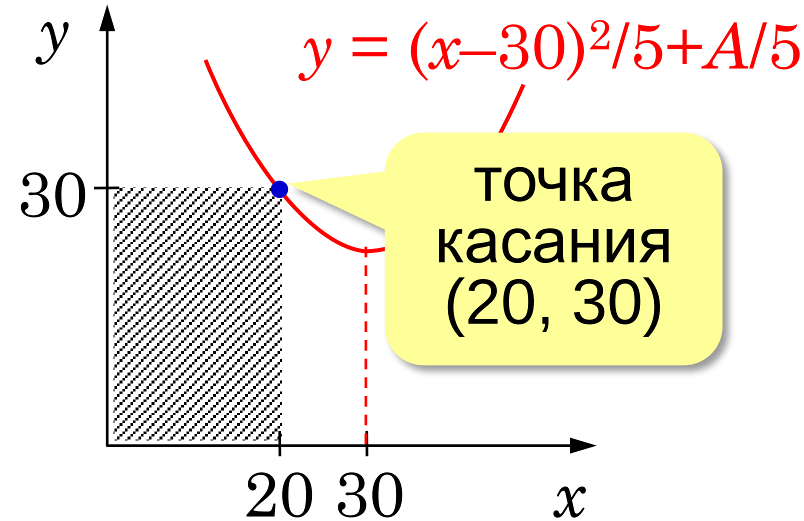
$$A_{\min} = 51$$

# Задача 9. Графическое решение

$(x > 0) \wedge (x \leq 20) \wedge (y \leq 30) \wedge (y > 0)$

$(5y < (x - 30)^2 + A)$ $\Rightarrow$ $y < (x - 30)^2/5 + A/5$




$150 < (20 - 30)^2 + A$

$50 < A$ $\quad A_{\min} = 51$

# Задача 10.

(***Д.В. Богданов***) Укажите наименьшее целое значение $A$, при котором выражение

$$(A\cdot(x-2) < y) \rightarrow ((x-10)\cdot(20-x) < y)$$

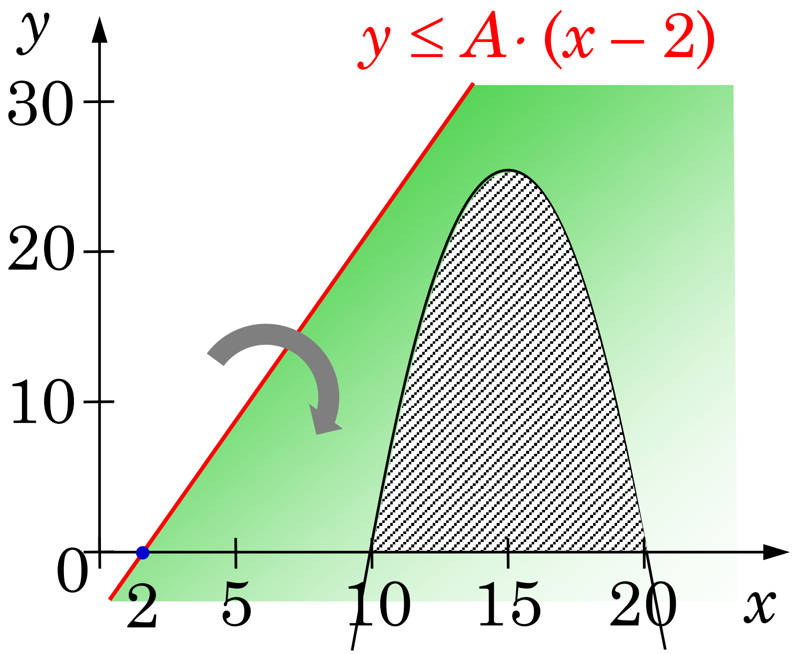
истинно для любых целых неотрицательных $x$ и $y$.

$$(A\cdot(x-2) \geq y) \vee ((x-10)\cdot(20-x) < y)$$

$$\underbrace{(A\cdot(x-2) \geq y)}_{\text{истинно}} \vee \overbrace{\underbrace{((x-10)\cdot(20-x) < y)}_{\text{ложно}}}^{\text{не зависит от } A}$$

$$(x \geq 0) \wedge ((x-10)\cdot(20-x) \geq y) \wedge (y \geq 0)$$

# Задача 10. Графо-аналическое решение




$$(x - 10)\cdot(20 - x) \ge y$$

$$y \le -(x - 10)\cdot(x - 20)$$

$$\wedge\ (x \ge 0) \wedge (y \ge 0)$$

Найти наименьшее значение $A$, при котором решается уравнение $A\cdot(x - 2) = -(x - 10)\cdot(x - 20)$

$$x^2 + (A - 30)\cdot x + 200 - 2\cdot A = 0$$

$$D = (A - 30)^2 - 4\cdot(200 - 2A) = 0$$

при касании!

$$A = \{\, 2,\ 50 \,\}$$

$$A_{\min} = 2$$

# Задача 11.

Укажите наименьшее целое значение $A$, при котором выражение

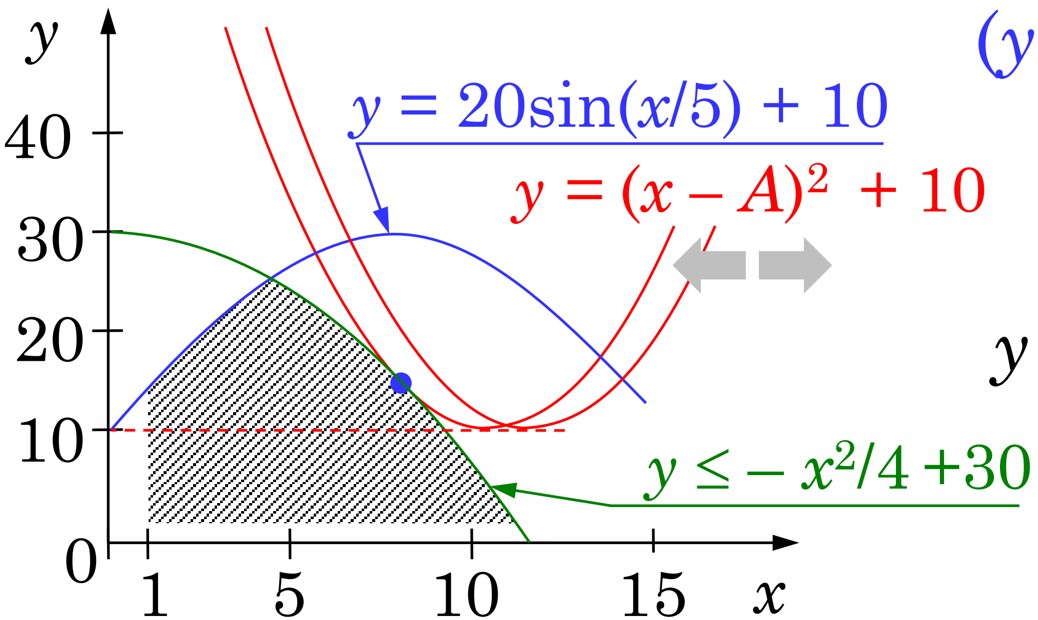
$$(y - 20\sin(x/5) > 10) \lor (4y + x^2 > 120)$$
$$\lor\ (y - x^2 - A^2 < 10 - 2Ax)$$

истинно для любых целых положительных значений $x$ и $y$.

$$\underbrace{(y - x^2 - A^2 < 10 - 2Ax)}_{\text{истинно}} \lor \underbrace{\overbrace{(y - 20\sin(x/5) > 10) \lor (4y + x^2 > 120)}^{\text{не зависит от } A}}_{\text{ложно}}$$

$$(y - 20\sin(x/5) \le 10) \land (4y + x^2 \le 120)$$
$$\land\ (x > 0)\ \land\ (y > 0)$$

# Задача 11. Графо-аналическое решение




$$(y \le 20\sin(x/5) + 10)$$
$$\lor\ (y \le -\,x^2/4 + 30)$$
$$\land\ (x > 0) \land (y > 0)$$

$$y - x^2 - A^2 < 10 - 2Ax$$

$$y < (x - A)^2 + 10$$

Найти наименьшее значение $A$, при котором решается уравнение $(x - A)^2 + 10 = -\,x^2/4 + 30$

$$5x^2/4 - 2Ax + A^2 - 20 = 0$$

$$D = 4A^2 - 5(A^2 - 20) = 0$$

при касании!

$$A = 10$$

$$A_{\min} = 11$$

# Конец фильма

**ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич**
д.т.н., учитель информатики
ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург
kpolyakov@mail.ru